

**XV<sup>e</sup> Journées de l'AUGC, Strasbourg**  
**Prix Jeunes Chercheurs « René Houpert », 1997**

**Titre :** Approche mésomécanique de l'endommagement anisotrope d'un grès

**Auteur :** Vincent RENAUD

**Affiliation :** Laboratoire de Mécanique de Lille, U.R.A. CNRS, 1441  
Université de Lille I, 59655 Villeneuve d'Ascq

**Mots clefs :** Endommagement, Modélisation, Anisotropie, Matériaux fragiles, Mésofissuration

**Résumé :** Le comportement mécanique des roches fragiles est pour une large part déterminé par la mésofissuration préexistante ou induite. La modélisation mésomécanique présentée dans cet article permet de prendre en compte l'endommagement fragile anisotrope provoqué par les mésofissures. Nous présentons le cadre de développement de la loi de comportement ainsi que les mécanismes physiques responsables de la dégradation mécanique des matériaux étudiés. Le modèle étudié est ensuite calibré sur des données expérimentales obtenues sur un grès. Les résultats obtenus indiquent un accord entre l'expérience et les prédictions du modèle.

## **I) Introduction**

Dans certains ouvrages de Génie-Civil, la fissuration, l'endommagement des matériaux est responsable de la dégradation des structures. Le comportement fragile des géomatériaux cohérents (roches, bétons) est de plus en plus étudié dans le cadre de la mécanique de l'endommagement (Lemaître, 1990). La modélisation phénoménologique de l'endommagement atteint maintenant des degrés de sophistication un peu comparables à ceux de ces homologues de la plasticité. Cependant, des difficultés importantes subsistent encore lorsqu'il s'agit de décrire l'anisotropie induite ou les effets unilatéraux liés à l'endommagement par mésofissuration (cf. Chaboche, 1992). Malgré la capacité prédictive de ces modèles, leurs limitations quant à une description fine de la physique de l'endommagement fragile nous ont conduits à mettre en oeuvre une modélisation à l'échelle mésoscopique. Ceci est encouragé maintenant par le fait, que la littérature récente permet de disposer d'un certain nombre d'expériences (observations au MEB) convergentes sur les mécanismes de mésofissuration dans les roches et les bétons (Nemat-Nasser et Horii, 1982 ; Myer et *al.*, 1992 ; Zaitsev, 1983). Des résultats obtenus de cette modélisation sont présentés et comparés aux données expérimentales obtenues sur un grès.

## II) Loi de comportement du milieu homogénéisé et formulation

### II-1) Généralités

Soit un volume élémentaire représentatif (VER) contenant un grand nombre de mésosfissures (cf. par ex. Nemat-Nasser et Horii, 1993). Celui-ci doit être suffisamment grand vis-à-vis des mésodéfauts (afin de permettre un traitement statistique) et assez petit par rapport à l'échantillon (pour représenter un point matériel). On suppose que la matrice solide (fragile) est homogène et à comportement élastique linéaire, de compliance initiale  $\bar{S}^0$ . La loi de comportement du milieu homogénéisé, reliant la contrainte  $\bar{\mathbf{s}}$  et la déformation macroscopique  $\bar{\mathbf{e}}$  (moyennes des champs mésoscopiques locaux dans le VER) peut se résumer par les équations suivantes (Ju, 1991) :

$$\text{Enthalpie libre : } \mathbf{y}^*(\bar{\mathbf{s}}, \bar{\mathbf{S}}) = \frac{1}{2} \bar{\mathbf{s}} : \bar{\mathbf{S}} : \bar{\mathbf{s}} = \frac{1}{2} \bar{\mathbf{S}} (\bar{\mathbf{S}}^0 + \bar{\mathbf{S}}^d) \bar{\mathbf{s}}$$

$$\text{Lois d'état : } \bar{\mathbf{e}} = \frac{\mathcal{J} \mathbf{y}^*}{\mathcal{J} \bar{\mathbf{S}}} = \bar{\mathbf{S}} : \bar{\mathbf{s}} = (\bar{\mathbf{S}}^0 + \bar{\mathbf{S}}^d) \bar{\mathbf{s}}$$

La condition de dissipation positive donne (Ju, 1991) :  $\frac{1}{2} \bar{\mathbf{s}} \dot{\bar{\mathbf{S}}} \bar{\mathbf{s}} \geq 0$ . Elle est ainsi fortement liée à l'évolution de la compliance effective du matériau mésosfissuré.

Dans tout ce qui va suivre, les notations de Voigt sont utilisées :  
De plus, le symbole « ' » signifie repère local et l'exposant  $(k)$  s'entend par  $k^{\text{ème}}$  mésosfissure.

$$\begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ e_4 \\ e_5 \\ e_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_{11} \\ \mathbf{e}_{22} \\ \mathbf{e}_{33} \\ 2\mathbf{e}_{23} \\ 2\mathbf{e}_{13} \\ 2\mathbf{e}_{12} \end{bmatrix} \text{ et } \begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ t_3 \\ t_4 \\ t_5 \\ t_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_{11} \\ \mathbf{s}_{22} \\ \mathbf{s}_{33} \\ \mathbf{s}_{23} \\ \mathbf{s}_{13} \\ \mathbf{s}_{12} \end{bmatrix} \text{ avec } e_i = S_{ij} t_j.$$

Les grandeurs tensorielles d'ordre 2 et d'ordre 4 sont transformée d'un repère global vers un repère local à l'aide d'une matrice de passage  $P$  appropriée (par exemple :  $\mathbf{t} \boldsymbol{\zeta} = P^{-1} \mathbf{s} P$ ).

### II-2) Analyse 2-D

La compliance du solide endommagée  $\bar{S}^d$ , due à la mésosfissuration, est évaluée à partir du champ de discontinuités de déplacements. Celles-ci peuvent être comprises comme des paires de lèvres qui peuvent s'ouvrir (déplacement normal) et glisser (déplacement tangentiel). En 2-D, dans le cas de la compression, les lèvres étant fermées, seule la discontinuité tangentielle est non-nulle (Horii et Nemat-Nasser, 1983) :

$$D_2^{(k)'} = 2\sqrt{a^{(k)2} - x^2} B_{ij}^{(k)'} \bar{\mathbf{s}}_{1j}'$$

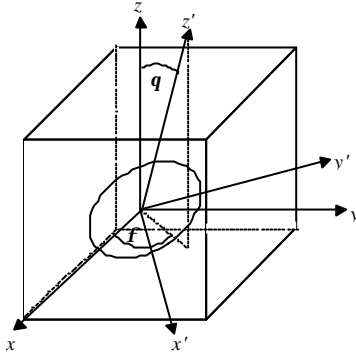
$a^{(k)}$  est la demi-longueur de la mésosfissure,  $x$  est une abscisse variable le long du mésodéfaut et  $B'$  est la matrice de transformation de déplacement.

La compliance du solide endommagée dans le repère local due à la  $k^{\text{ème}}$  fissure est :  
 $A$  étant la surface du solide étudié.

$$S^{d(k)'} = \frac{\mathbf{p} a^{(k)2}}{A} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ B_{12}^{(k)'} & 0 & B_{11}^{(k)'} \end{bmatrix}$$

### II-3) Analyse 3-D

La modélisation développée est inspirée des travaux de Fanella et Krajcinovic (1988) et de Lee et Ju (1991). Quant aux discontinuités de déplacement dans un milieu anisotrope 3-D, il s'agit là d'un problème difficile dont la solution a été récemment établie par Hoenig (1982). L'idée centrale consiste à dériver une relation liant l'intégrale de surface  $M$  d'une microfissure au travail total des contraintes dans les champs des discontinuités de déplacement. Ces dernières, entre les lèvres de la mésolfissure de type « penny shaped » (figure 1), prennent la forme suivante :



$$D'_i(x', y') = 2a\sqrt{1-x'^2-y'^2} C'^{-1}_{ik} \bar{s}'_{1k}$$

Figure 1 : géométrie de la mésolfissure 3-D

La matrice  $C'^{-1}$  joue un rôle analogue à la matrice  $B'$  du cas 2-D. Des développements analytiques complexes (Renaud & Kondo, 1995) conduisent à :

$$[S'^*] = \frac{4pa^3}{3V} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C'^{-1}_{31} - C'^{-1}_{11} H'_2 & 0 & 0 & 0 & C'^{-1}_{33} - C'^{-1}_{13} H'_2 & C'^{-1}_{32} - C'^{-1}_{12} H'_2 \\ C'^{-1}_{21} - C'^{-1}_{11} H'_1 & 0 & 0 & 0 & C'^{-1}_{23} - C'^{-1}_{13} H'_1 & C'^{-1}_{22} - C'^{-1}_{12} H'_1 \end{bmatrix}$$

Où  $H'_1$  et  $H'_2$  sont des fonctions de la matrice  $C'^{-1}$ , du coefficient de frottement et des contraintes appliquées dans le repère local.

La prise en compte des interactions entre mésodéfauts est réalisée à l'aide de la méthode autocohérente. Le passage méso-macro est effectué en considérant une distribution spatiale continue des mésolfissures. Ces dernières sont donc orientées aléatoirement sur  $\mathbf{q} \in \left[0, \frac{\mathbf{p}}{2}\right]$ ,  $\mathbf{f} \in [0, 2\mathbf{p}]$  (figure 1) et leurs demi-tailles sont distribuées de la même façon sur  $[a_{0\min}, a_{0\max}]$ . La densité de probabilité de ces variables est donc :

$$p(a, \mathbf{f}, \mathbf{q}) = p(a)p(\mathbf{f})p(\mathbf{q}) = \frac{1}{2\mathbf{p}(a_{0\max} - a_{0\min})} \text{ puisque } \int_0^{\frac{\mathbf{p}}{2}} \int_0^{2\mathbf{p}} \int_{a_{0\min}}^{a_{0\max}} p(a, \mathbf{f}, \mathbf{q}) \sin \mathbf{q} d\mathbf{a} d\mathbf{f} d\mathbf{q} = 1$$

$N$  (très grand) étant le nombre de mésolfissures dans le volume élémentaire représentatif  $V$ . En utilisant les matrices de passage adéquates, la compliance totale effective en repère global du solide élastique multifissuré peut être évaluée à partir des compliances en repère local.

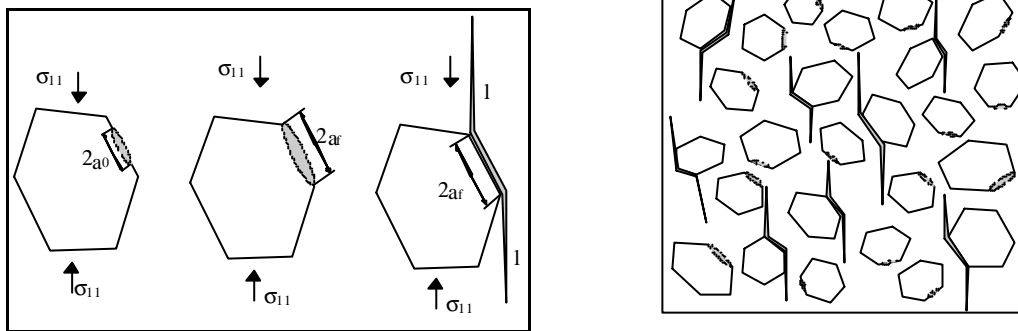
$$\bar{S}^* = \frac{N}{V} \frac{1}{2\mathbf{p}(a_{0\max} - a_{0\min})} \int_0^{2\mathbf{p}} \int_{a_{0\min}}^{a_{0\max}} \int_0^{\frac{\mathbf{p}}{2}} T(\mathbf{f}, \mathbf{q}) S'^*(a, \mathbf{f}, \mathbf{q}) T(\mathbf{f}, \mathbf{q}) \sin \mathbf{q} d\mathbf{a} d\mathbf{f} d\mathbf{q}$$

### III) Contenu physique du modèle mis en œuvre

#### III-1) Généralités

La modélisation mésomécanique comporte les deux étapes suivantes : le choix d'une mésostructure et l'évaluation des compliances effectives associées, puis la mise en œuvre des lois d'évolution de la mésostructure.

Sur la base des divers travaux déjà évoqués, les mésofissures sont supposées initialement réparties sur des interfaces de grains. Le matériau est considéré comme un agrégat composite. Selon le type de sollicitation (traction ou compression), l'évolution de la mésofissuration se fait suivant des modes différents. En traction, les mésofissures se propagent en mode I (mode d'ouverture), tandis que la propagation de mésofissures en compression (voir figures 2) fait intervenir à la fois le mode I et le mode II ou mode de cisaillement (Nemat-Nasser et Horii, 1982 ; Zaitsev, 1983).



Figures 2 : a) États possibles d'une mésofissure en compression - b) Vue de la mésostructure

#### III-2) Branchement d'une mésofissure

De nombreuses études expérimentales montrent qu'à partir d'un certain niveau de contraintes, des mésofissures se branchent. Ces branches curvilignes finissent toujours par s'aligner sur la direction principale de chargement. Expliquons donc comment ce phénomène est pris en compte par le modèle. Après que la fissure se soit propagée instantanément jusqu'à la taille maximum sur l'interface des grains, celle-ci est momentanément arrêtée par la barrière énergétique de la matrice. Lorsque la ténacité en tête de fissure dépasse  $K_{Ic}^c$  le branchement commence.

L'analyse exacte du branchement est impossible en 2-D comme en 3-D. Il convient alors de retenir un système de fissure branchée équivalente qui soit le plus proche possible de la réalité (voir 3<sup>ème</sup> figure 2a). Il est supposé que la pression est uniformément distribuée sur la surface de la fissure 2-D équivalente. La mésofissure branchée est assimilée à une ellipse dont les deux axes sont  $a_f$  et  $l$ . Le chargement agissant sur la fissure branchée a deux composantes : la force de traction normale  $P$  due aux contraintes de cisaillement lié au frottement et l'effet du confinement latéral  $t_2$ . On a la

condition de progression de la partie branchée :  $K_{Ic}^c = \frac{P}{\sqrt{pl}} + \sqrt{pl}t_2$ .

#### III-3) Critères d'évolution

Les lois de croissance des mésofissures sont obtenues à partir des critères classiques de la mécanique de la rupture (en facteurs d'intensité de contrainte par exemple). Prenons l'exemple de la croissance, sous sollicitation de compression, d'un mésodéfaut 3-D en mode II. Dans ce cas (de

mésolfissures fermées, frottantes), le critère correspondant est :  $K'_{II} = K'_{IIc}$ . Le facteur d'intensité de contrainte (ou ténacité) en mode II peut être calculé à partir de la contrainte de cisaillement

$$:K'_{II} = \frac{4}{2-n} \sqrt{\frac{a_{0\max}}{p}} \left| \tau'_6 + \text{signe}(\tau'_6) h \tau'_1 \right|$$

En remplaçant dans cette expression les contraintes du repère local par celles du repère global (en fonction de l'angle  $q$ ), nous obtenons les angles limites d'activation des mésolfissures. Nous pouvons ainsi définir, pour un chargement donné, de nombreux domaines d'angles : glissement, propagation instable, ouverture, branchement, nucléation et inactivation (figure 3).

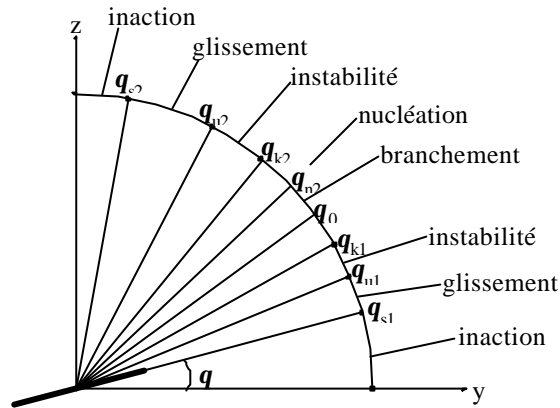


Figure 3 : domaines d'angles de fissuration en compression 3-D.

Enfin, pour chacun des cas cités dans la figure 3, nous obtenons une compliance partielle en repère global. Il ne reste plus qu'à sommer toutes ces quantités variables à chaque niveau de chargement afin d'obtenir la compliance totale du solide endommagé :

$$\bar{S}^* = \bar{S}^{*u} + \bar{S}^{*s} + \bar{S}^{*k} + \bar{S}^{*n}$$

propagation instable     glissement     branchement     nucléation

#### IV) Identification de paramètres et réponses du modèle

##### IV-1) Paramètres utilisés

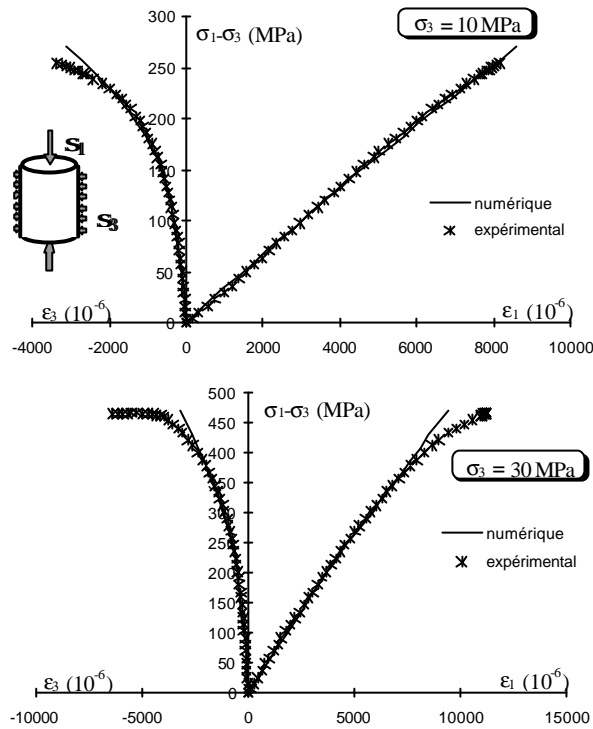
Le modèle comporte 9 paramètres tous physiquement identifiables que nous pouvons répartir en deux classes distinctes :

paramètres macroscopiques	
$E$	module d'Young
$n$	coefficient de Poisson
$h$	coefficient de frottement
$K'_{Ic}$	facteur d'intensité de contrainte en mode I de la matrice
$K'_{IIc}$	facteur d'intensité de contrainte interfacial en mode II

paramètres mésoscopiques	
$D_{\min}$	taille minimum des grains
$D_{\max}$	taille maximum des grains
$w$	densité de mésolfissuration
$t_c^0$	contrainte de décohesion

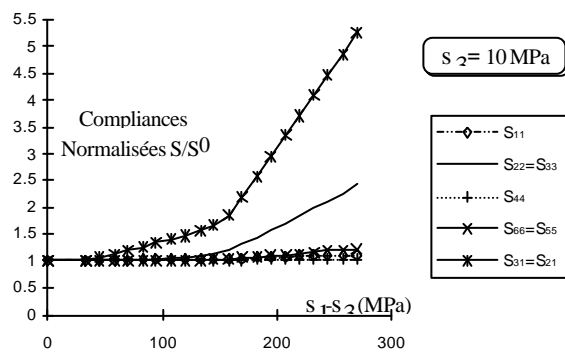
## IV-2) Résultats

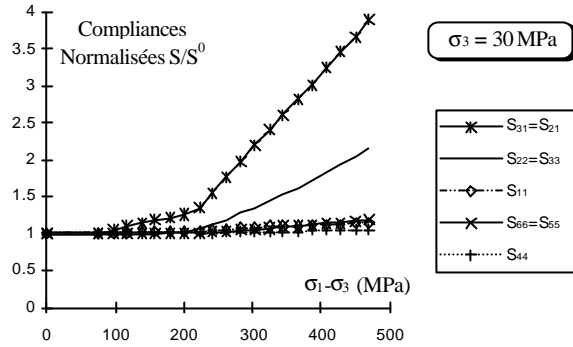
Il a été testé, dans sa version 3-D, sur les résultats expérimentaux du grès de Fontainebleau en compression triaxiale. Nous constatons que les réponses expérimentales sont globalement bien reproduites (voir exemples des figures 4).



Figures 4 : Réponses en compression triaxiale

L'analyse détaillée des résultats numériques montre que la dilatance obtenue est essentiellement due aux mécanismes de branchement de mésofissures (mode d'ouverture axiale). Dans le but d'évaluer l'importance de l'anisotropie de l'endommagement, nous avons tracé les variations des différentes composantes du tenseur de compliances normalisées (rapportées à leur valeur initiale) sur les figures 5.

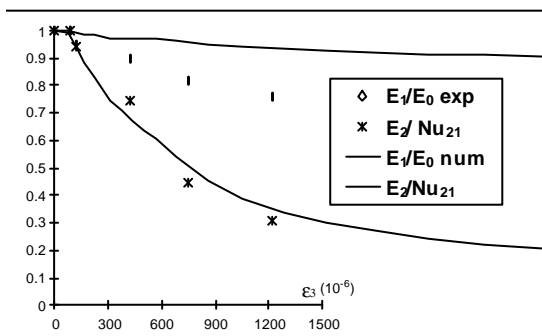




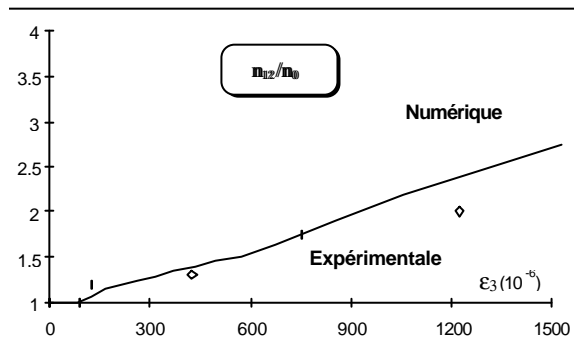
Figures 5 : Variation des compliances normalisées en compression triaxiale

Nous observons que la variation de la compliance latérale  $\bar{S}_{22}$  est par exemple beaucoup plus forte que celle de  $\bar{S}_{11}$ . L'augmentation importante de  $\bar{S}_{21} = \bar{S}_{31}$  provoque la non-linéarité de la déformation latérale.

Enfin, à partir du tenseur de compliance, les modules axiaux et latéraux ont été évalués en fonction de la déformation latérale et représentés sur la figure 6a. Nous remarquons que le modèle sous-estime légèrement la dégradation du module axial. Mais, il reproduit très bien l'endommagement du module latéral qui est le plus important pour rendre compte de la dilatance observée sur la roche étudiée. L'évolution du coefficient de Poisson (voir figure 6b) est également bien reproduite.



Figures 6 : a) Variation de modules



b) Variation du coefficient de Poisson

#### IV-3) Etude de paramètres

Enfin, une étude de divers paramètres (densité initiale de mésofissuration  $w$ , frottement, nucléation) a été réalisée. A titre d'exemple, nous présentons ici les résultats de l'influence de  $w$  (figure 7) et de la densité de nucléation (figure 8). Nous remarquons que la réponse du matériau dépend énormément de son endommagement initial. Le matériau devient plus dilatant lorsque  $w$  croît. D'autre part, le pourcentage de nucléation permet d'ajuster plus finement les déformations latérales. Il est d'ailleurs possible de contrôler le niveau de chargement à partir duquel se produit l'apparition de nouvelles fissures par le biais de la contrainte de décohesion  $t_c^0$ .

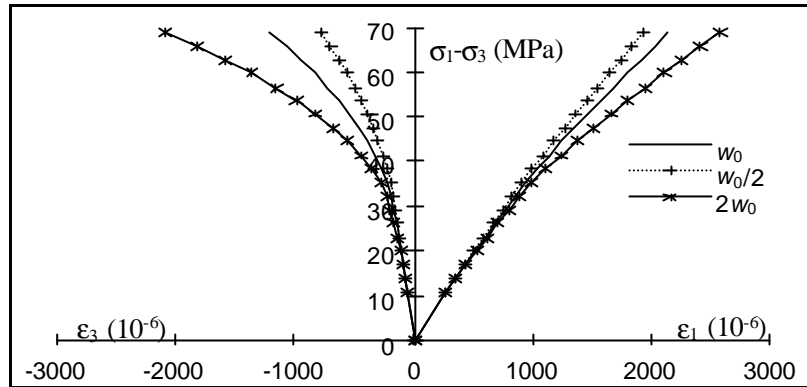


Figure 7 : Compression uniaxiale - Influence de la densité initiale de mésolfissures ( $w_0$  est la densité de référence)

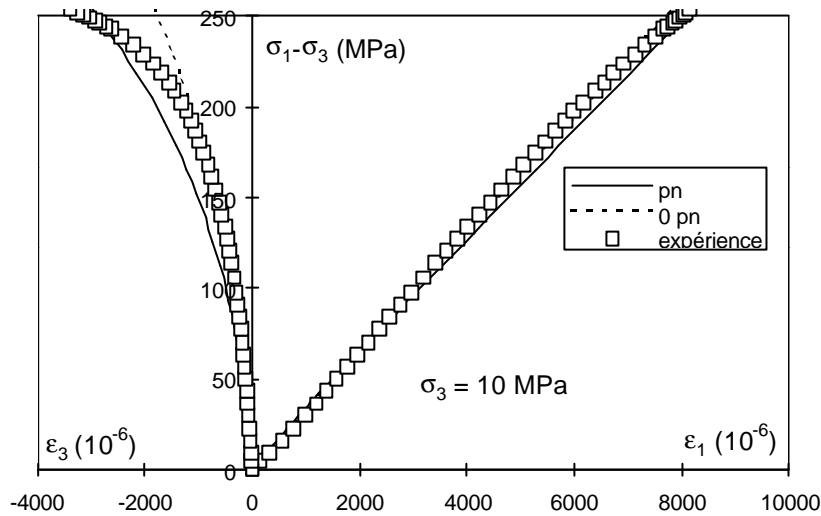


Figure 8 : Compression triaxiale - Influence de la nucléation

## V) Conclusion

Les résultats obtenus confirment les potentialités de la modélisation effectuée à l'échelle mésoscopique. Le modèle reproduit bien les aspects essentiels du comportement mécanique des matériaux fragiles endommageables. De plus, les simulations numériques donnent de précieuses indications sur l'importance des mécanismes mésostructuraux mis en jeu dans le processus d'endommagement (notamment le branchement de fissure et la génération de nouvelles mésolfissures). Le choix d'un critère de rupture fait l'objet de travaux en cours. Enfin, il serait intéressant d'introduire cette modélisation dans un code d'éléments finis dans le but d'évaluer l'endommagement dans des structures susceptibles de subir de telles dégradations (tunnels, stockage de déchets radioactifs par exemple).

## Bibliographie

- J.L. **Chaboche** (1992), Damage induced anisotropy : on difficulties associated with the active/passive unilateral condition. *Int. J. of Damage Mechanics*, Vol. 1(2), pp. 148-171.
- D. **Fanella** & D. **Krajcinovic** (1988), A micromechanical model for concrete in compression. *Eng. Fract. Mech.*, vol. 29, pp. 59-66.
- A. **Hoening** (1982), Near-tip behaviour of a crack in a plane anisotropic elastic body. *Eng. Fract. Mech.*, vol. 16, n° 3, pp. 393-403.
- H. **Horii** & S. **Nemat-Nasser** (1983), Overall moduli of solids with microcracks load-induced anisotropy. *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 31, n° 2, pp. 155-171.
- J. W. **Ju** (1991), On two-dimensional self-consistent micromechanical damage models for brittle solids. *Int. J. Solids Structures*, Vol. 27, n° 2, pp. 227-258.
- J. W. **Ju** & X. **Lee** (1991), Micromechanical damage models for brittle solids, part I : tensile loadings. *J. Eng. Mech.* vol. 117, pp. 1495-1514.
- X. **Lee** & J. W. **Ju** (1991), Micromechanical damage models for brittle solids, part II : compressive loadings. *J. Eng. Mech.* vol. 117, pp. 1515-1536.
- J. **Lemaitre** (1990), A course on Damage Mechanics, *2nd edition Cambridge University Press*
- L. R. **Myer**, J. M. **Kemeny**, Z. **Zheng**, R. **Suarez**, R. T. **Ewy**, N. G. W. **Cook** (1992), Extensile cracking in porous rock under differential compressive stress, *Appl. Mech. Review*, vol. 45, n°8, pp. 263-280.
- S. **Nemat-Nasser** & H. **Horii** (1982), Compression-induced nonplanar crack extension with application to splitting, exfoliation and rockburst. *J. Geophys. Res.*, vol. 87, pp. 6805-6821.
- S. **Nemat-Nasser** & H. **Horii** (1993), *Micromechanics : overall properties of heterogeneous materials*, North - Holland, Amsterdam.
- V. **Renaud** & D. **Kondo** (1995) : Rapport interne L.M.L. R.S. 01/95.
- Y. B. **Zaitsev** (1983), Crack propagation in a composite material. in F. H. **Wittmann**, ed. *Fracture mechanics of concrete*, Elsevier, Amsterdam, the Netherlands, pp. 31-60.